

Přednáška č. 3:

Základní pasivní a aktivní obvodové prvky

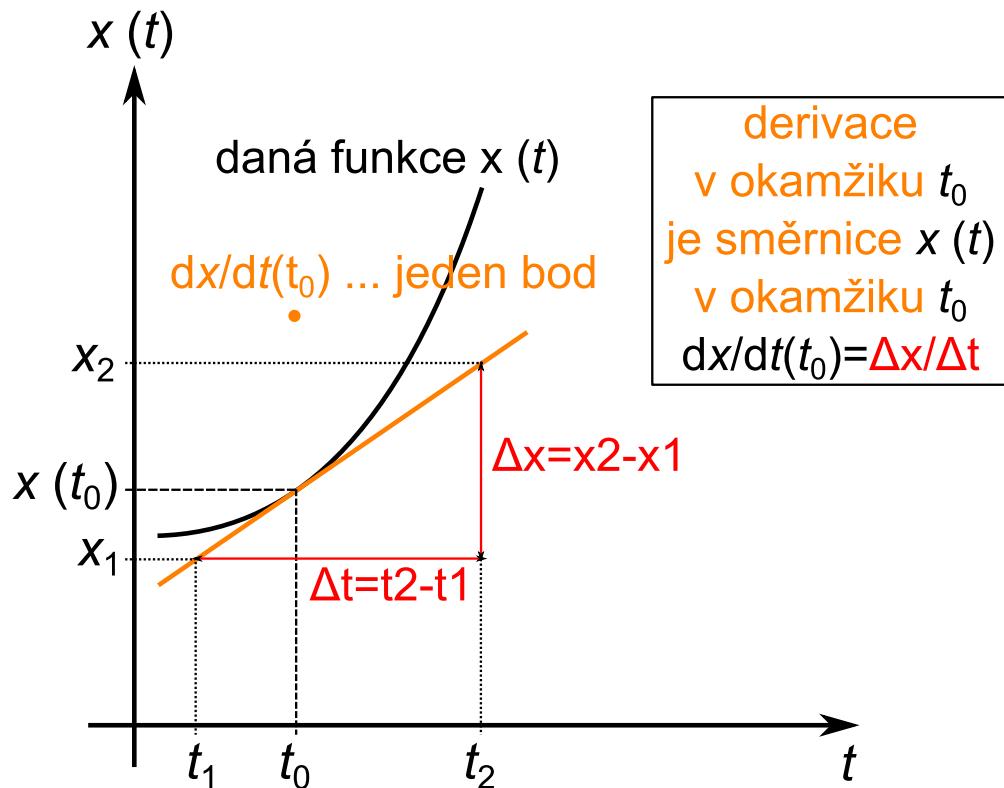
Obsah		
1 Derivace, integrál	5 Kapacitor o kapacitě C	16
2 Klasifikace obvodových prvků	2 6 Nezávislý zdroj napětí u	20
3 Rezistor o odporu R	6 7 Nezávislý zdroj proudu i	21
4 Induktor o indukčnosti L	8 8 Výpočetní příklady	22
	12 9 Literatura	25

1 Derivace, integrál

V přednášce budou použity matematické operace *derivace* a *určitý integrál*

- **Derivace** $\frac{dx}{dt}$ je pro libovolný časový okamžik t_0 hodnotou směrnice dané funkce,
- jednotkou je jednotka $[x] / \text{s}$.
- *Kdo umí odečítat a dělit, nebojí se derivovat!*

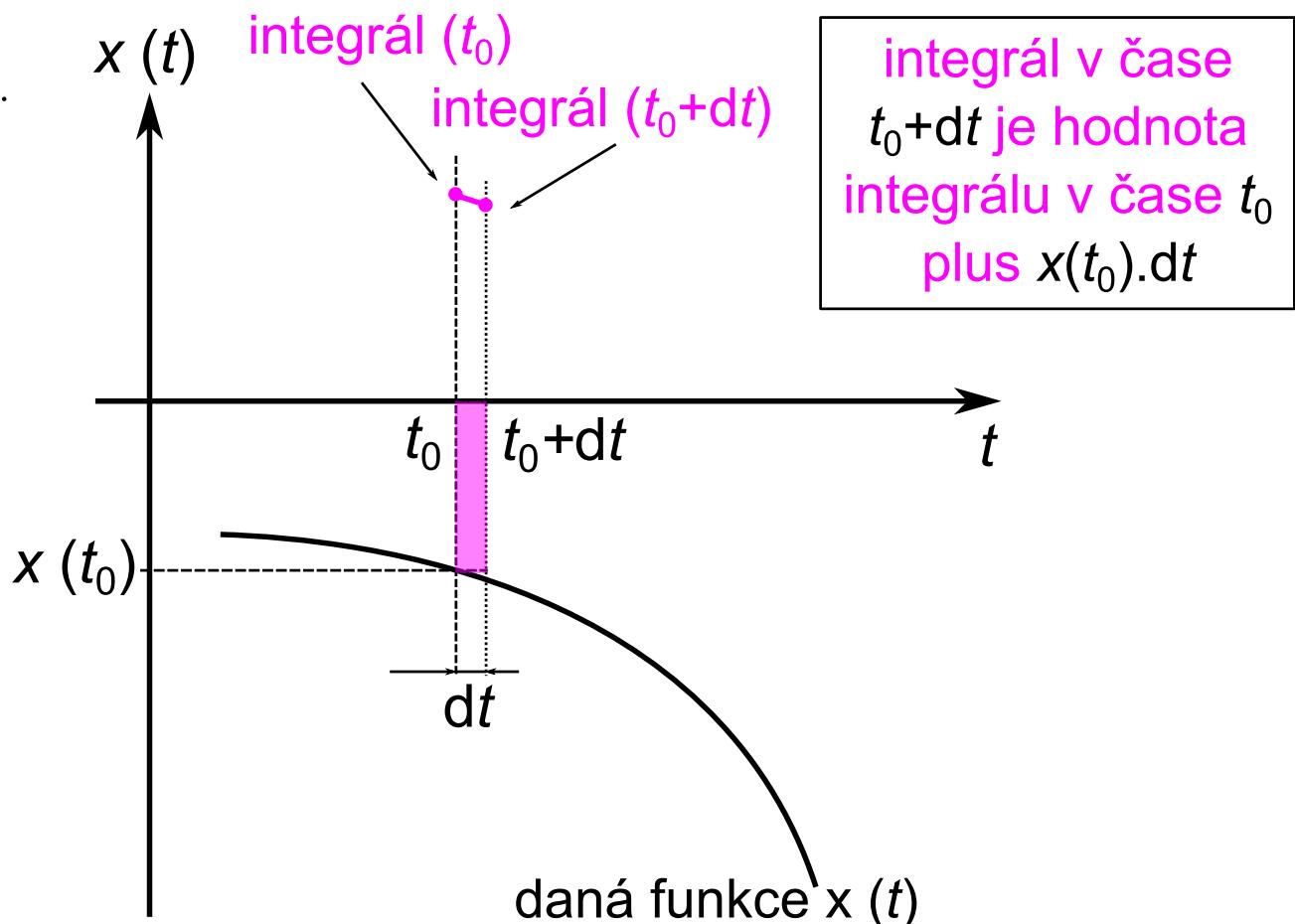
Viz snímek níže.



- **Integrál** $\int_{t_0}^{t_0+dt} x(\tau)d\tau$ je pro libovolný časový okamžik t_0 hodnotu integrálu v čase t_0 , k níž se přičte $x(t_0) \cdot dt$,

- jednotkou je jednotka $[x] \cdot \text{s}$.
- *Kdo umí násobit a sčítat, nebojí se integrovat!*

Viz snímek níže.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	dt [s]	0.1		Zadání podbarveno žlutě										
2														
3	vzorek	t [s]	x (t) [Jedn]		$\frac{dx}{dt}$ [Jedn/s]	$\int_{t_0}^t x \cdot dt$ [Jedn*s]								
4	0	0	0.0000		0.998	-1.000 ... integ_x (0)								
5	1	0.1	0.0998		0.988	-0.990								
6	2	0.2	0.1987		0.969	-0.970								
7	3	0.3	0.2955		0.939	-0.941								
8	4	0.4	0.3894		0.900	-0.902								
9	5	0.5	0.4794		0.852	-0.854								
10	6	0.6	0.5646		0.796	-0.797								
11	7	0.7	0.6442		0.731	-0.733								
12	8	0.8	0.7174		0.660	-0.661								
13														
27	23	2.3	0.7457		-0.702	0.702								
28	24	2.4	0.6755		-0.770	0.770								
29	25	2.5	0.5985		-0.830	0.830								
30	26	2.6	0.5155		-0.881	0.881								
31	27	2.7	0.4274		-0.924	0.924								
32	28	2.8	0.3350		-0.957	0.957								
33	29	2.9	0.2392			Neexistuje!								

Derivace a integrály funkcí často využívaných v elektrických obvodech:

$x(t)$ [Jednotka]	$\frac{dx}{dt}$ [$\frac{\text{Jednotka}}{\text{s}}$]	$\int_{t_0}^t x(\tau) d\tau$ [Jednotka · s]
$x = a = \text{konst.}$	0	$\text{int}(t_0) + a \cdot (t - t_0)$
$x = a \cdot t$	a	$\text{int}(t_0) + \frac{1}{2}a \cdot (t^2 - t_0^2)$
$x = \sin(t)$	$\cos(t)$	$\text{int}(t_0) - [\cos(t) - \cos(t_0)]$
$x = \sin(\omega \cdot t)$	$\omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$	$\text{int}(t_0) - \frac{1}{\omega}[\cos(\omega \cdot t) - \cos(\omega \cdot t_0)]$
$x = e^t$	e^t	$\text{int}(t_0) + (e^t - e^{t_0})$
$x = e^{a \cdot t}$	$a \cdot e^{a \cdot t}$	$\text{int}(t_0) + \frac{1}{a}(e^{a \cdot t} - e^{a \cdot t_0})$

Pozn.: t je nezávislá proměnná, t_0 je počáteční čas, tj. číslo, např. $t_0 = 0$ s.

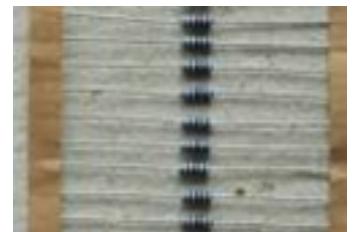
2 Klasifikace obvodových prvků

- Podle počtu svorek
 - n -póly
 - n -brany ($2n$ -póly)
- Podle typu charakteristik
 - lineární
 - nelineární

- Z energetického hlediska

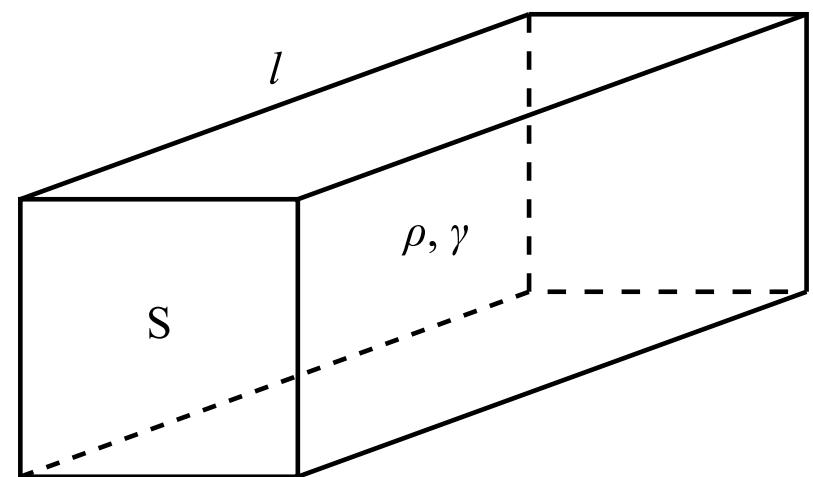
- **Pasivní prvky** - elektrická energie se v nich mění na jinou formu nebo se dočasně akumuluje a může se zase do obvodu vracet. Platí **spotřebičová** orientace (stejný směr) proudu a napětí. Základní pasivní dvojpóly jsou:
 - * rezistor (ideální odporník) o odporu R
 - * induktor (ideální cívka) o indukčnosti L
 - * kapacitor (ideální kondenzátor) o kapacitě C
- **Aktivní prvky** - ”trvale” dodávají elektrickou energii, kterou získávají přeměnou z jiné formy energie. Platí **zdrojová** orientace (opačný směr) proudu a napětí. Základní aktivní dvojpóly jsou:
 - * ideální zdroj napětí $u(t)$
 - * ideální zdroj proudu $i(t)$

3 Rezistor o odporu R

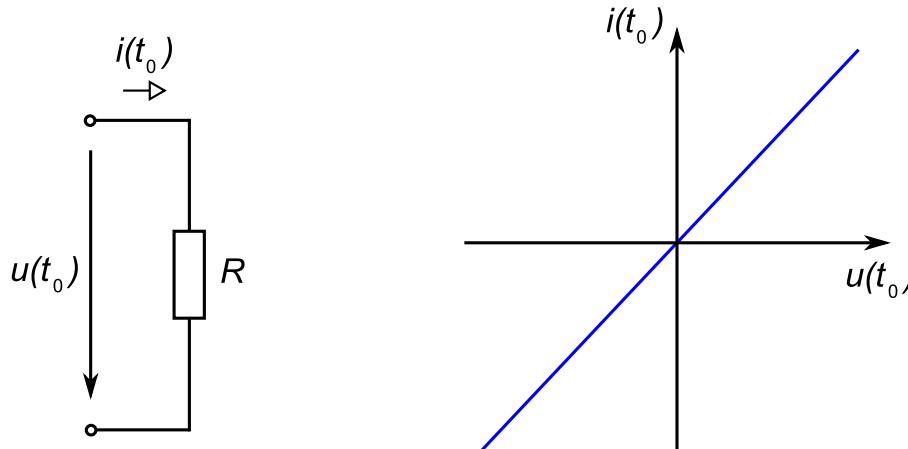


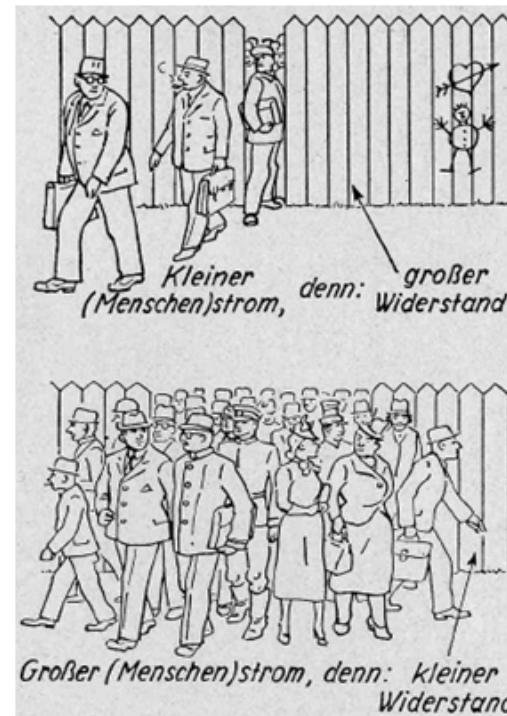
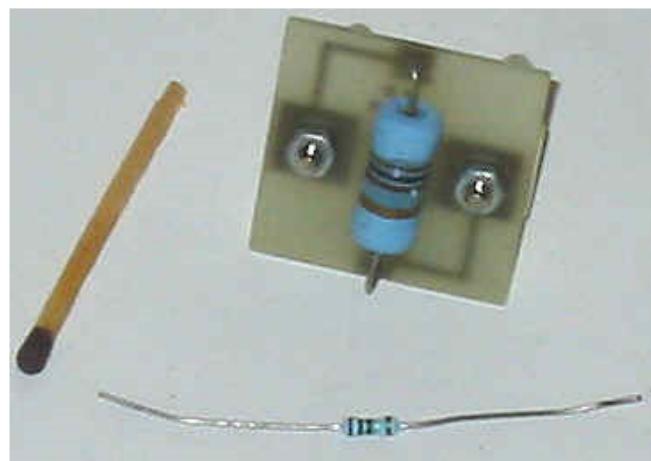
- Rezistor představuje v obvodech nevratné přeměny elektrické energie v teplo.
- **Odpor** rezistoru je $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ [Ω], kde
 - ρ [Ωm] je **rezistivita** (měrný odpor) rezistoru, materiálová konstanta,
 - l [m] je délka rezistoru,
 - S [m^2] je příčný průřez rezistoru.
- V rezistoru se přeměňuje energie daná okamžitou hodnotou výkonu

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2(t) = \frac{u^2(t)}{R} [\text{W}]$$



- **Voltampérová charakteristika** lineárního rezistoru je dána Ohmovým zákonem $u(t) = R \cdot i(t)$ nebo $i(t) = G \cdot u(t)$, kde
 - $R [\Omega]$ je odpor rezistoru v Ohmech
 - $G [S]$ je vodivost rezistoru v Siemensech
 - $u(t) [V]$ je časový průběh (rozdílu) napětí (potenciálů) na rezistoru
 - $i(t) [A]$ je časový průběh proudu rezistorem
- **Pozor** - v Ohmově zákonu je nezbytně nutné, aby si napětí na rezistoru, proud rezistorem a odpor rezistoru vzájemně odpovídaly





Zkrat a rozpojený obvod - speciální případy „rezistorů“:

- $R = 0 \Omega$ - **zkrat** – napětí na rezistoru (dvojpólu) musí být nulové, rezistorem (dvojpólem) může téci libovolný proud,
- $R = \infty \Omega$ - **rozpojený obvod** – napětí na rezistoru (dvojpólu) může být libovolné, rezistorem (dvojpólem) musí téci nulový proud,



Mezi uzly A a B je zkrat

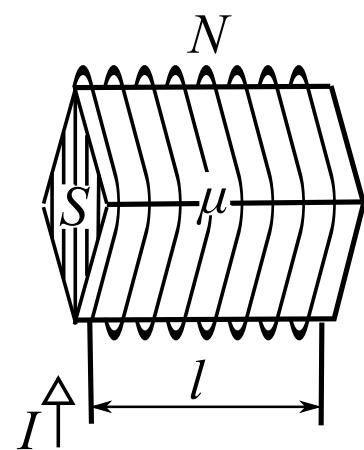


Mezi uzly A a B je rozpojený obvod

4 Induktor o indukčnosti L



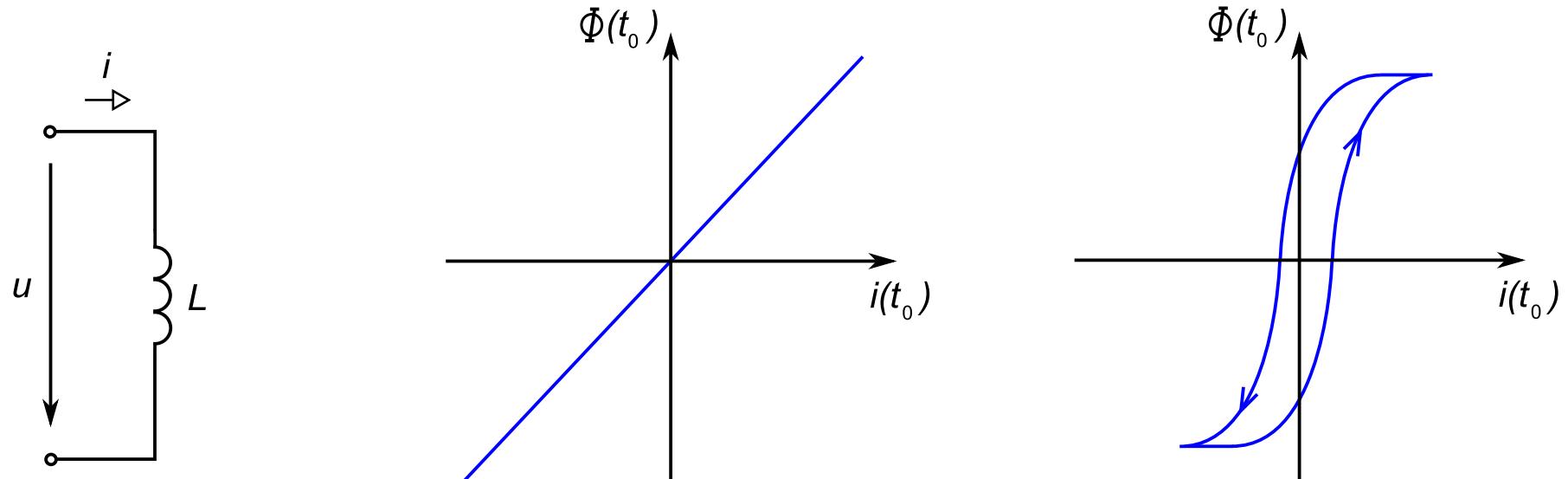
- Induktor představuje v obvodech akumulovanou energii magnetického pole
- **Indukčnost** induktoru (cívky) je $L = \mu N^2 \frac{S}{l} = \mu_0 \mu_r N^2 \frac{S}{l}$ [H], kde
 - L [H] je indukčnost induktoru (cívky) v jednotkách Henry,
 - μ [H/m] je permeabilita jádra induktoru (cívky)
 - $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m] je permeabilita vakua (též vzduchu)
 - μ_r [–] je relativní permeabilita jádra induktoru (cívky)
 - N [–] je počet závitů induktoru (cívky)
 - S [m^2] je průřez závitů induktoru (cívky)
 - l [m] je délka induktoru (cívky)



- **Ampérweberová charakteristika** lineárního induktoru je

$$\psi(t) = N \cdot \phi_c(t) = L \cdot i(t), \text{ kde}$$

- $\psi(t)$ [Wb] je časový průběh (cívkového magnetického) spřaženého indukčního toku ve Weberech
- $\phi_c(t)$ [Wb] je časový průběh (cívkového magnetického) indukčního toku ve Weberech
- L [H] je indukčnost induktoru v jednotkách Henry
- $i(t)$ [A] je časový průběh proudu induktorem

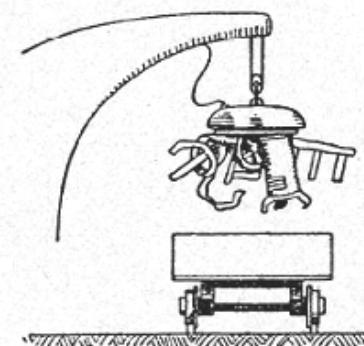
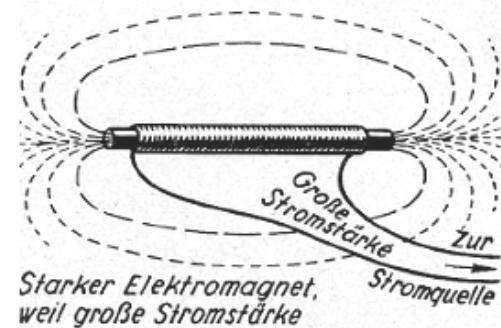
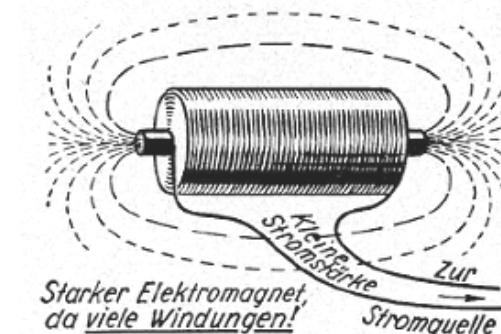
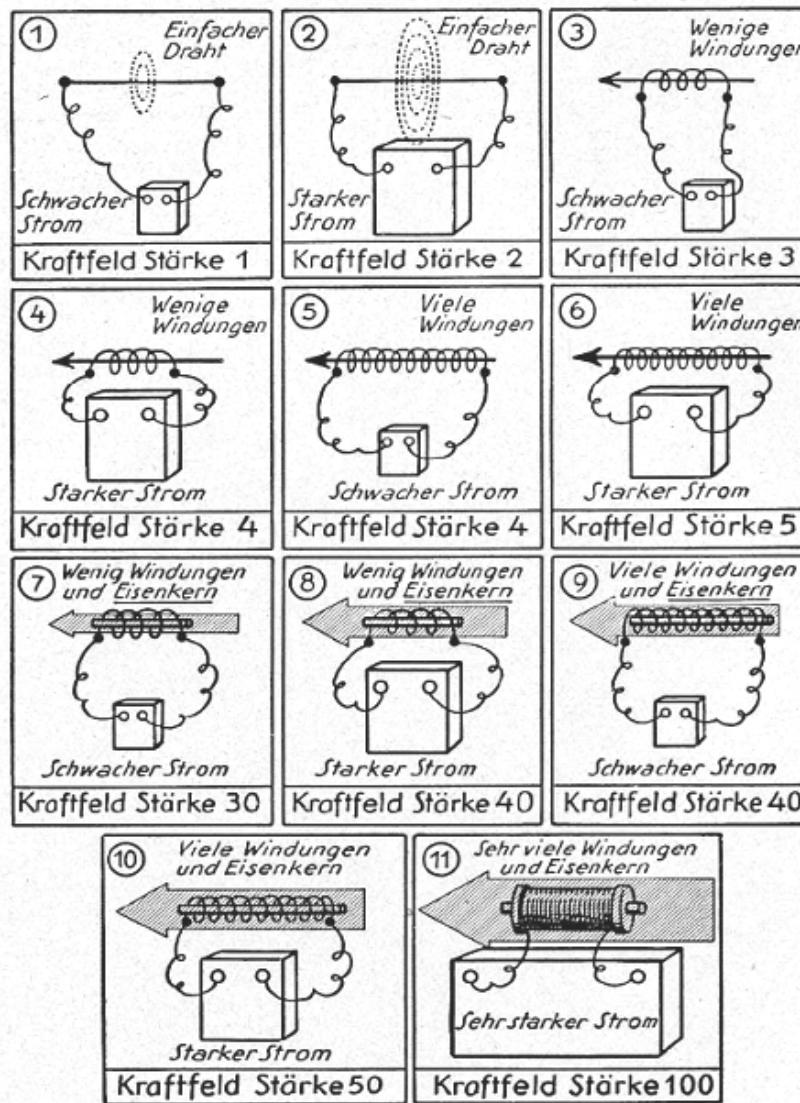


• Induktor z hlediska teorie obvodů

- vztah mezi napětím na induktoru $u_L(t)$ a proudem induktorem $i_L(t)$:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{resp.} \quad i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\tau) d\tau, \text{ kde}$$

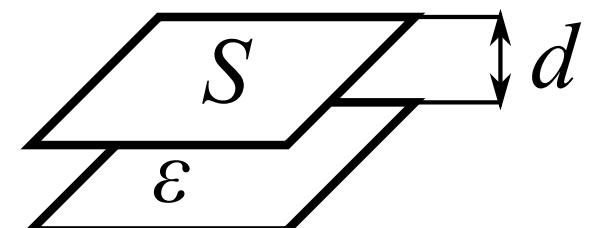
- $u_L(t)$ resp. $i_L(t)$ - napětí resp. proud jako funkce času
- t resp. τ je čas - nezávislá proměnná funkce proudu a napětí
- u resp. i je závislá proměnná funkce napětí resp. proudu
- t_0 [s] je počáteční čas (číslo) kdy "začínáme počítat"
- $i_L(t_0)$ [A] je počáteční proud induktorem (číslo), též počáteční podmínka



5 Kapacitor o kapacitě C



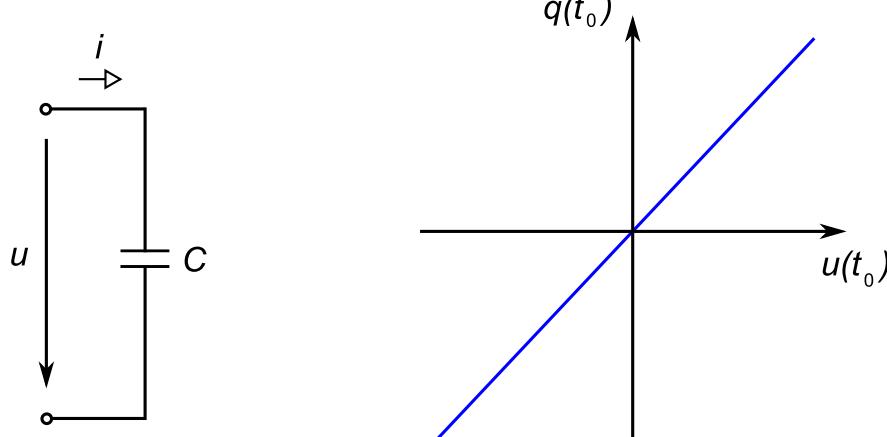
- Kapacitor představuje v obvodech akumulovanou energii elektrického pole
- **Kapacita** kapacitoru (kondenzátoru) je $C = \epsilon \frac{S}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$ [F], kde
 - C [F] je kapacita kapacitoru (kondenzátoru) v jednotkách Henry,
 - ϵ [F/m] je permitivita dielektrika kapacitoru (kondenzátoru)
 - $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ [F/m] je permitivita vakua (též vzduchu)
 - ϵ_r [–] je relativní permitivita dielektrika kapacitoru (kondenzátoru)
 - S [m^2] je průřez desek kapacitoru (kondenzátoru)
 - d [m] je vzdálenost desek kapacitoru (kondenzátoru)



- **Voltcoulombová charakteristika** lineárního kapacitoru je

$$q(t) = C \cdot u(t), \text{ kde}$$

- $q(t)$ [C] je časový průběh náboje mezi deskami kapacitoru (náboje na kondenzátoru) v Coulombech
- C [F] je kapacita kapacitoru v jednotkách Farad
- $u(t)$ [V] je časový průběh napětí mezi deskami kapacitoru (napětí na kondenzátoru)

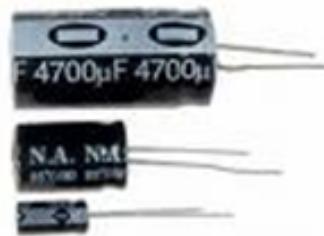
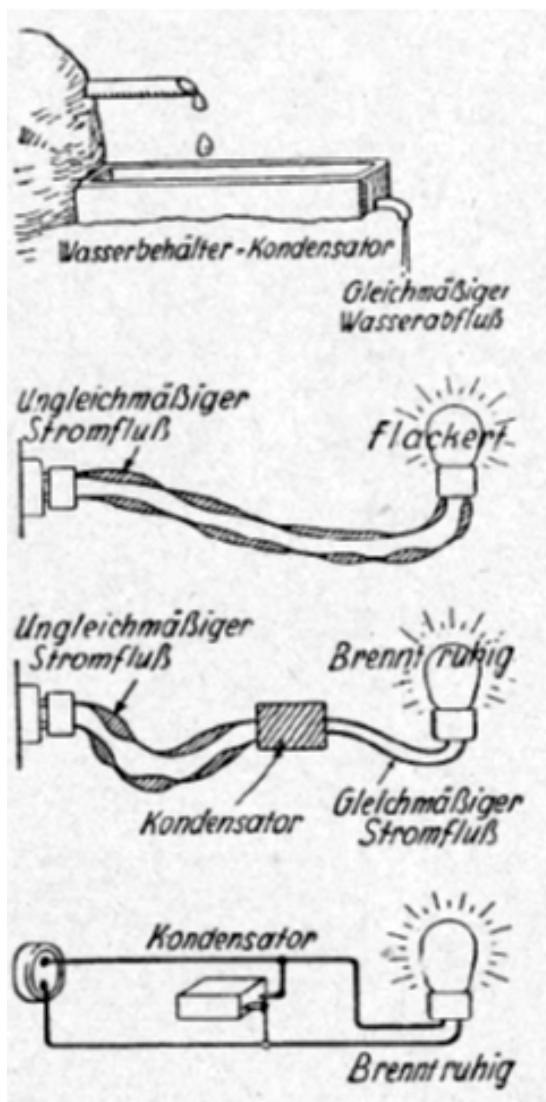


• Kapacitor z hlediska teorie obvodů

- vztah mezi napětím na kapacitoru $u_C(t)$ a proudem kapacitorem $i_C(t)$:

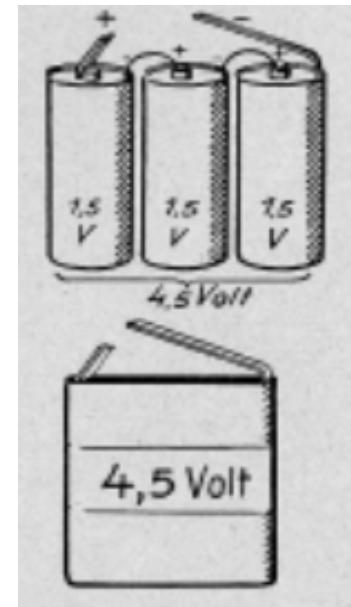
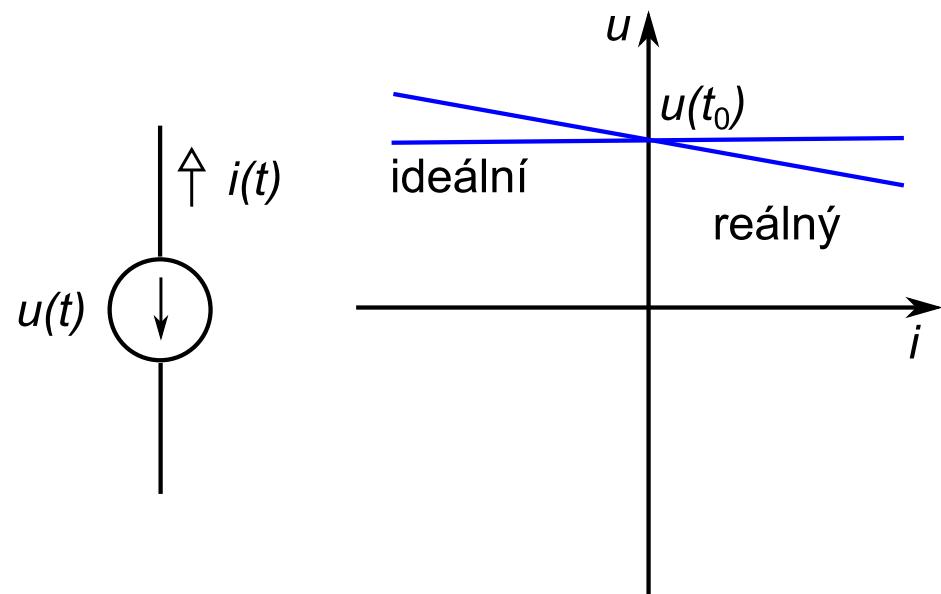
$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} \quad \text{resp.} \quad u_C(t) = u_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C(\tau) d\tau, \text{ kde}$$

- $u_C(t)$ resp. $i_C(t)$ - napětí resp. proud jako funkce času
- t resp. τ je čas - nezávislá proměnná funkce proudu a napětí
- u resp. i je závislá proměnná funkce napětí resp. proudu
- t_0 [s] je počáteční čas (číslo) kdy ”začínáme počítat”
- $u_C(t_0)$ [A] je počáteční napětí na kapacitoru (číslo), též počáteční podmínka



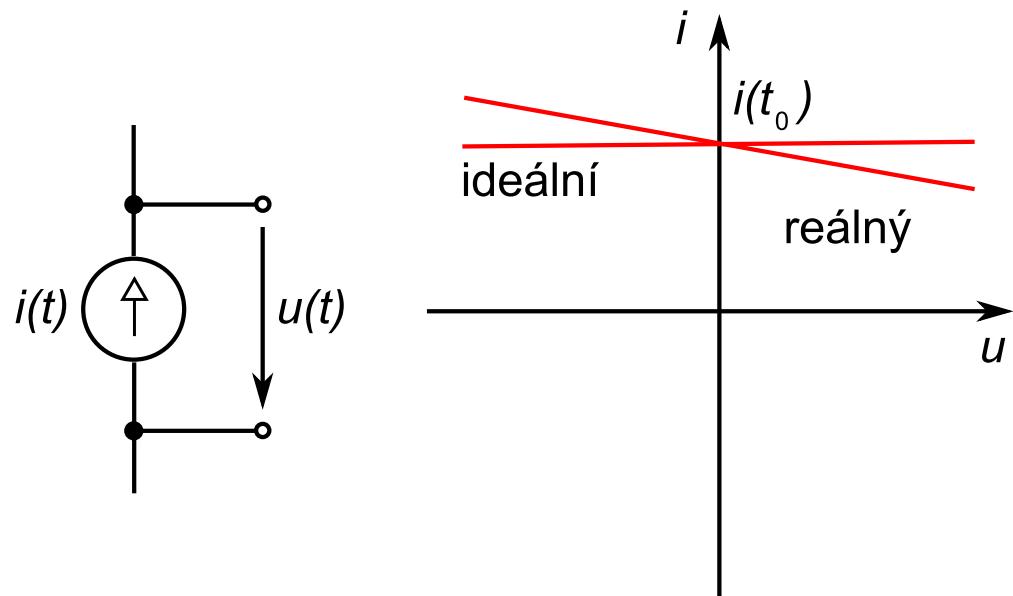
6 Nezávislý zdroj napětí u

- Ideální zdroj napětí je schopen udržovat na svých svorkách určité napětí s daným časovým průběhem nezávisle na odebíraném proudu
 - Voltampérová charakteristika ideálního zdroje napětí platná pro libovolný časový okamžik t_0 .



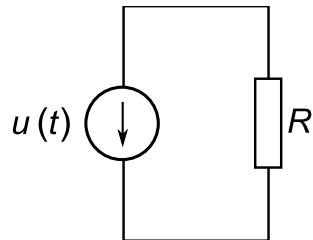
7 Nezávislý zdroj proudu i

- Ideální zdroj proudu je schopen dodávat ze svých svorek určitý proud s daným časovým průběhem nezávisle na vlastnostech připojených obvodů
 - Voltampérová charakteristika ideálního zdroje proudu platná pro libovolný časový okamžik t_0 .



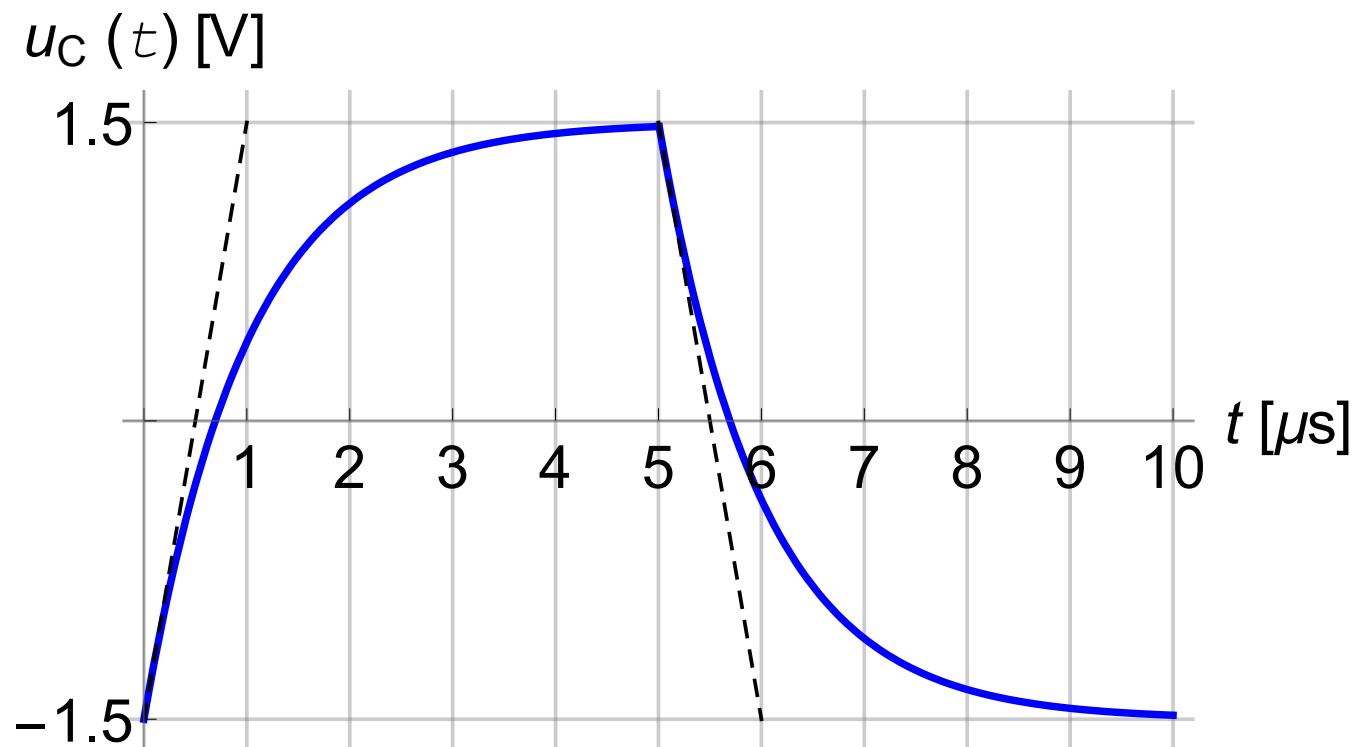
8 Výpočetní příklady

Příklad 3_1: Určete časový průběh proudu rezistorem R v obvodu podle obr. 1, je-li dán odpor rezistoru $R = 100 \Omega$ a časový průběh napětí zdroje je $u(t) = 20e^{-100t} \cdot \sin(500t)$ V.



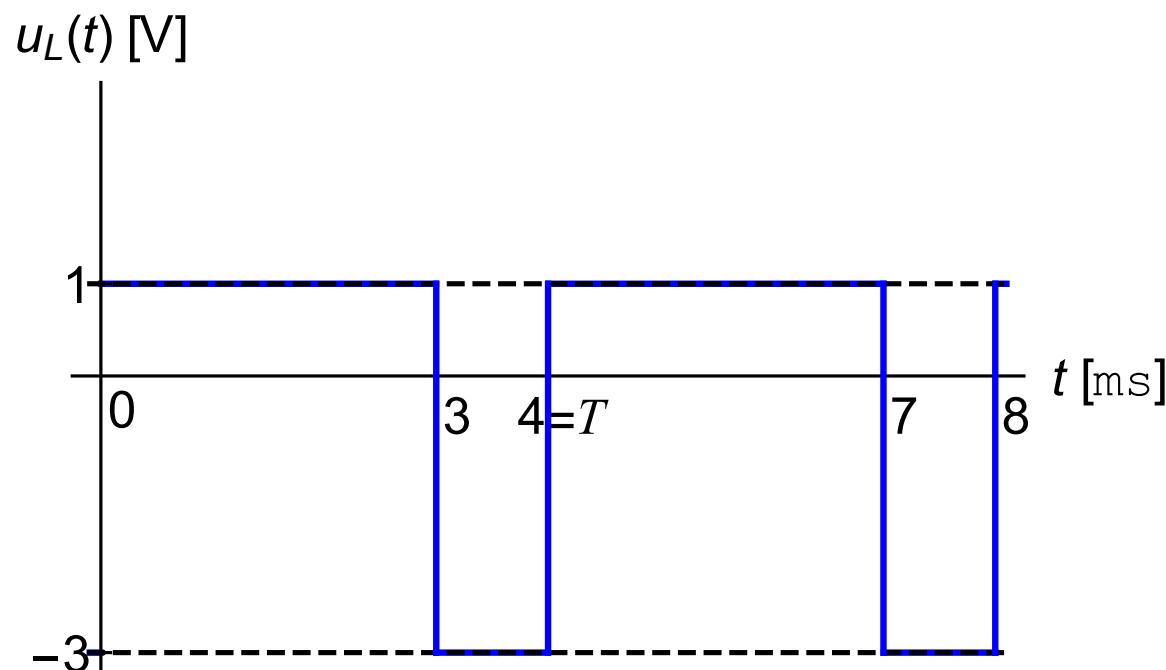
Obrázek 1: Zadaný elektrický obvod.

Příklad 3_2: Odhadněte časový průběh proudu kapacitorem o kapacitě $C = 330 \text{ pF}$, je-li změřen časový průběh napětí na tomto kapacitoru podle obr. 2.



Obrázek 2: Změřený průběh napětí na kapacitoru.

Příklad 3_3: Spočtěte časový průběh proudu induktorem $i_L(t)$, je-li dána jeho indukčnost $L = 1 \text{ mH}$, časový průběh napětí na induktoru na obr. 3 a počáteční podmínka pro proud induktorem $i_L(0) = -1 \text{ A}$;



Obrázek 3: Zadaný průběh elektrického napětí na induktoru $i_L(t)$.

9 Literatura

1. Havlíček V., Pokorný M., Zemánek I.: Elektrické obvody 1, ČVUT 2005
2. Vysoký P., Malý K., Fábera V.: Základy elektrotechniky, Brno 2003
3. Büscher G.: Elektrotechnik in Bildern, Stuttgart 1943 proudů